Ακέραιος Προισμός

αμιγός (αν όλες ακέραιες)

μεικτός

max $\sum_{i=1}^{n} a x_i$ $\quad \sum_{j=1}^{n} a_j x_j = b_i \quad x_j \geq 0$

όπου x_j ακέραιος για κάποιο ή για όλα τα $j = 1, \dots, n$

Πρόβλημα διαχείρισης Κεφαλαίου - Προϋπολογισμού

c_j: η απόδοση από την j επένδυση

a_j: η ποσότητα που χρησιμοποιείται στην j επένδυση

Η επένδυση στην γραμμή παραγωγής προϋποθέτει την κατασκευή του εργοστασίου j

Περιορισμοί: $x_i \leq x_j$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 1$

Πρόβλημα του σακιδίου

$\max \sum c_j x_j \qquad \sum a_j x_j \le 6 \qquad x_j = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$

Παράδειγμα

Εργοστ.	Δαπάνες (εκ/έτος)			Αποδ.
1	5	1	8	20
2	1	7	10	40
3	3	9	2	20
4	7	4	1	15
5	8	6	10	30
Διαθ	25	25	25	

$x_j = \begin{cases} 1 & \text{, αν επιλεγεί το έργο } j \\ 0 & \text{, αλλιώς} \end{cases}$

$$\max\ 20x_1 + 40x_2 + 20x_3 + 15x_4 + 30x_5 = z$$

$$5x_1 + x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8x_5 \le 25$$

$$1x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 + 6x_5 \le 25$$

$$8x_1 + 10x_2 + 2x_3 + x_4 + 10x_5 \le 25$$

$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1 \qquad x_5 = 0 \qquad z = 95$

$x_1 = 0.5789 \qquad x_2 = x_3 = x_4 = 1 \qquad x_5 = 0.7568 \qquad z = 108.68$

λύνω με simplex

Παράδειγμα

Να το μετατρέψουμε ώστε να έχουμε πρ/μο

είτε $2x_1 + x_2 \leq 5$ είτε $2x_3 - x_4 \leq 2$

$$2x_1 + x_2 \leq 5 + My_1$$

$$2x_3 - x_4 \leq 2 + M(1-y_1)$$

$$y_1 = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

Either or

if $2x_1 + x_2 \leq 5$ then $2x_3 - x_4 \leq 2$

either $2x_1 + x_2 > 5$ or $2x_3 - x_4 \leq 2$

if then

$2x_1 + x_2 \geq 5$ or $2x_3 - x_4 \leq 2$

$-2x_1 - x_2 \leq 5$ or $2x_3 - x_4 \leq 2$

$$-2x_1 - x_2 \leq 5 + My$$

$$2x_3 - x_4 \leq 2 + M(1-y)$$

$$y = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

Παράδειγμα

$f_1(x_1, \ldots, x_n) \leq b_1$

$f_2(x_1, \ldots, x_n) \leq b_2$

$\vdots$

$f_m(x_1, \ldots, x_n) \leq b_m$

$\longrightarrow$

$f_1(x_1, \ldots, x_n) \leq b_1 + y_1 M$

$f_2(x_1, \ldots, x_n) \leq b_2 + y_2 M$

$\vdots$

$f_m(x_1, \ldots, x_n) \leq b_m + y_m M$

$$\sum_{i=1}^{m} y_i = m - k$$

Παράδειγμα

$$c_j(x_j) = \begin{cases} r_j + c_j x_j & , x_j > 0 \\ 0 & , x_j = 0 \end{cases}$$

Θέλω να ελαχιστοποιήσω το κόστος παραγωγής

$\min \Sigma c_j x_j + k_j x_j \quad x_j \leq M y_j \quad y_i = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$

Παράδειγμα

$\boxed{\text{Χωροθέτηση αποθηκών}}$

m αποθήκες n πελάτες d_j

f_i σταθερό κόστος λειτουργίας αν η αποθήκη i χρησιμοποιηθεί

c_{ij} το μοναδιαίο κόστος μεταφοράς του προϊόντος από την αποθήκη i στον πελάτη j

x_{ij} η ποσότητα που στέλνεται από την αποθήκη i στο πελάτη j

$y_i = \begin{cases} 1 & , \text{αν η αποθήκη i χρησιμοποιηθεί} \\ 0 & , \text{αλλιώς} \end{cases}$

Άρα $\min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} f_i y_i$

περιορισμοί $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = d_j \quad j=1,\dots,n$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le y_i \underbrace{\left(\sum_{j=1}^{n} d_j\right)}_{M} \quad i=1,\dots,m$$

Set covering problem

$S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$L = \{\overset{x_1}{(1,2)}, \overset{x_2}{(1,3,5)}, \overset{x_3}{(2,4,5)}, \overset{x_4}{(3)}, \overset{x_5}{(1)}, \overset{x_6}{(4,5)}\}$

κόστος

$\{(1,2), (1,3,5), (2,4,5)\}$ κάλυψη για το σύνολο S

$x_i = \begin{cases} 1 & \text{, αν το στοιχείο } i \text{ ανήκει στο κάλυμμα της } j \\ 0 & \text{, αλλιώς} \end{cases}$

min $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$

Θέλω να υπάρξει επικάλυψη
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_5 \ge 1 & \rightarrow \text{Ποια στοιχεία του L χρησιμοποιώ για να καλύψω το 1?} \\ x_1 + x_3 \ge 1 & \rightarrow \text{-''- 2?} \\ x_2 + x_4 \ge 1 & \rightarrow \text{-''- 3?} \\ x_3 + x_6 \ge 1 & \rightarrow \text{-''- 4?} \\ x_2 + x_3 + x_6 \ge 1 & \rightarrow \text{-''- 5?} \end{cases}$$

Set packing problem

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \qquad L = \{\overset{x_1}{(1,2,5)}, \overset{x_2}{(1,3)}, \overset{x_3}{(2,4)}, \overset{x_4}{(3,6)}, \overset{x_5}{(2,3,6)}\}$$

$$\max \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$$

Δεν θέλω να υπάρχει επικάλυψη

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 1 \\ x_1 + x_3 + x_5 \le 1 \\ x_2 + x_4 + x_5 \le 1 \\ x_3 \le 1 \\ x_1 \le 1 \\ x_4 + x_5 \le 1 \end{cases}$$

Set partitaning problem

Το ίδιο με το set packing αλλά με ισότητες
ή covering

π.χ. $S = \{1, 2, 3, 4, 5\} \qquad L = \{(1,2), (1,3,5), (2,4,5), (3), (1), (4,5)\}$

$$x_1 + x_2 + x_5 = 1$$

$$x_1 + x_3 = 1$$

$$x_2 + x_4 = 1$$

$$x_3 + x_6 = 1$$

$$x_2 + x_3 + x_6 = 1$$

Σχεδιασμό Δρομολόγηση (Scheduling racling)

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{αν ένα} \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Έστω $a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{αν το τμήμα περιλαμβάνεται στη διαδρομή} \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$

c_j: το κόστος εξυπηρέτησης ενός πληρώματος στη διαδρομή j

$$\min \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \qquad \sum a_{ij} x_j = 1 \qquad i=1,\dots,n$$

Πρόβλημα περιοδεύοντος εμπορίου

c_{ij} κόστος μετάβασης από την πόλη i στην j

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{αν πάει από την } i \text{ στην } j \text{ πόλη} \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

πρόβλημα εκχώρησης
$$\begin{cases} \min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \end{cases}$$